Exercice N°2

Soit f la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par $f(x)=2x-\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$.

On désigne par $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. Dresser le tableau de variation de f.
2. Montrer que $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$
3. a) Soit g la fonction définie par $g(x)=f(x)-x$.
   Dresser le tableau de variation de g.
   b) En déduire que $\mathscr{C}_f$ coupe la droite Δ d'équation $y=x$ en un seul point d'abscisse α et vérifier que : $0.7<\alpha<0.8$.
   c) Tracer $\mathscr{C}_f$.
4. a) Montrer que f réalise une bijection de $]-1;+\infty[$ sur un intervalle J à préciser.
   b) Tracer dans le même repère la courbe $\mathscr{C}'$ de f^{-1}.
5. a) Soit $\mathscr{A}(\alpha)$ l'aire de la partie du plan limitée par $\mathscr{C}_f$ et les droites d'équations: $y=-1$, $x=0$ et $x=\alpha$.
   Montrer que $\mathscr{A}(\alpha)=\left(2-\dfrac{1}{\alpha}\right)$ u.a.
   b) Soit $\mathscr{A}'(\alpha)$ l'aire de la partie du plan limitée par $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}'$ et les droites d'équations $x=-1$ et $y=-1$.
   Calculer $\mathscr{A}'(\alpha)$ en fonction de α.

Soit f la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par $f(x)=2x-\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$.

1. Dresser le tableau de variation de f.

. f est dérivable sur $]-1,+\infty[$

et $\forall x\in]-1,+\infty[$

$$f'(x)=2-\left(\frac{-\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+1}^2}\right)$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)'=\frac{-u'}{u^2}$$

$$\left(\sqrt{u}\right)'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$$